

**Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava**

číslo 1, rok 2010, ročník X, řada stavební

článek č. 23

**Gabriela LAJČÁKOVÁ<sup>1</sup>****VPLYV PARAMETROV VOZIDLA NA INTERAKČNÉ SILY VZNIKAJÚCE  
MEDZI KOLESOM A JAZDNOU DRÁHOU****THE EFFECT OF VEHICLE PARAMETERS ON THE INTERACTIVE FORCES OCCURRING  
BETWEEN THE WHEEL AND THE ROAD****Abstrakt**

Veľkosť interakčných síl vznikajúcich medzi kolesom vozidla a vozovkou je ovplyvňovaná predovšetkým parametrami vozidla a nerovnosťami povrchu jazdnej dráhy. Hodnoty interakčných síl je možné sledovať experimentálne na reálnych vozidlách, alebo modelovať numerickou cestou. Predkladaná štúdia na základe metód numerickej simulácie sleduje vplyv parametrov vozidla na hodnoty interakčných síl vznikajúcich počas jeho prejazdu cez umelú nerovnosť. Poukazuje na extrémne hodnoty interakčných síl, ktoré sa môžu reálne vyskytnúť pri jazde motorových vozidiel po pozemných komunikáciách.

**Kľúčové slová**

Interakcia vozidlo jazdná dráha, interakčné sily, numerické modelovanie, výpočtové modely vozidiel, dynamické účinky vozidiel

**Abstract**

The magnitude of interactive forces occurring between a vehicle's wheel and a road are, above all, effected by the vehicle parameters and the unevenness of the road surface. The magnitude of interactive forces can be observed in an experimental way by using real vehicles or they can be modeled digitally. The submitted study, on the basis of computer simulation observes the effect of the vehicle parameters on the magnitude of interactive forces occurring while passing over artificial unevenness. It draws attention to extreme values of interactive forces that can be found in real situations.

**Keywords**

Vehicle runway interaction, interacting forces, numerical modeling, computing models of vehicles, dynamic effects of vehicles

**1 ÚVOD**

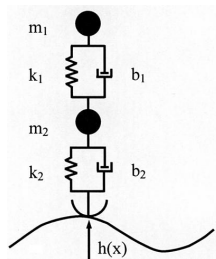
Vozovky pozemných komunikácií sú vystavené dynamickým účinkom pohybujúcich sa dopravných prostriedkov, ktoré majú najrôznejšie vlastnosti z hľadiska perovania, tlmenia a prenosu kontaktných síl na vozovku. V procese navrhovania vozoviek a posudzovania otázok ich životnosti je potrebné mať dostatočné informácie o ich dynamickom zaťažení. Inými slovami povedané je potrebné mať dostatočné informácie o interakčných silách vznikajúcich medzi kolesom vozidla a jazdnou dráhou a o ich zmenách v čase a v priestore. Tieto údaje je možné získavať na základe experimentálnych meraní, ale núkajú sa aj možnosti využiť metódy numerickej simulácie. Ako najefektívnejšia cesta sa v súčasnosti ukazuje vzájomná kombinácia experimentálnych a numerických metód [1], [2].

<sup>1</sup> Ing. Gabriela Lajčáková, PhD., Fakulta stavebná, Žilinská univerzita v Žiline, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, tel.: (+421) 41 513 5605, e-mail: [gabriela.lajcakova@fstav.uniza.sk](mailto:gabriela.lajcakova@fstav.uniza.sk).

Predkladaná parametrická štúdia sa venuje sledovaniu vplyvu parametrov vozidla na hodnoty extrémov kontaktných síl pri jazde vozidla cez umelú nerovnosť v tvare jednej kosínusovej vlny pomocou metód numerickej simulácie. Používa tzv. štvrtinový model vozidla, modelujúci vplyv jedného kolesa jednej nápravy vozidla. Dosiahnuté výsledky prezentuje v grafickej forme.

## 2 VÝPOČTOVÝ MODEL VOZIDLA A JAZDNEJ DRÁHY

Pre potreby tohto príspevku je použitý štvrtinový výpočtový model vozidla podľa obr. 1. Výpočtový model má 3 stupne voľnosti – 2 hmotné a 1 nehmotný. Hmotným stupňom voľnosti zodpovedajú 2 funkcie času  $r_1(t)$  a  $r_2(t)$  popisujúce vertikálne pohyby hmotných bodov  $m_1$  a  $m_2$  v čase  $t$ . K nehmotnému stupňu voľnosti sa viaže reakcia vozovky  $F_{RV}(t)$ , respektíve interakčná sila  $F_{INT}(t)$ . Pohybové rovnice sú odvodené v tvare diferenciálnych rovníc a riešia sa numericky.



Obr. 1: Štvrtinový výpočtový model vozidla

Pohybové rovnice je možné zapísať v tvare

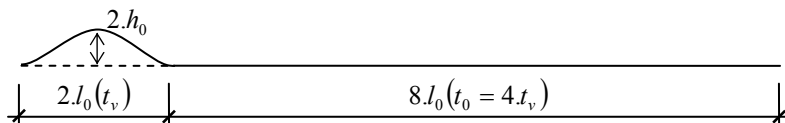
$$\ddot{r}_1(t) = \{-k_1 \cdot [r_1(t) - r_2(t)] - b_1 \cdot [\dot{r}_1(t) - \dot{r}_2(t)]\} / m_1, \quad (1)$$

$$\ddot{r}_2(t) = \{+k_1 \cdot [r_1(t) - r_2(t)] - k_2 \cdot [r_2(t) - h(t)] + b_1 \cdot [\dot{r}_1(t) - \dot{r}_2(t)] - b_2 \cdot [\dot{r}_2(t) - \dot{h}(t)]\} / m_2. \quad (2)$$

Pre reakciu vozovky platí vzťah

$$F_{RV}(t) = G - k_2 \cdot [r_2(t) - h(t)] - b_2 \cdot [\dot{r}_2(t) - \dot{h}(t)]. \quad (3)$$

Vozidlo je kinematicky budené prejazdom cez osamelú nerovnosť v tvare jednej kosínusovej vlny s dĺžkou  $2 \cdot l_0 = 1,2$  m a výškou  $2 \cdot h_0 = 0,04$  m, obr. 2



Obr. 2: Tvar jazdnej dráhy

Takúto vlnu je možné matematicky popísať nasledovným matematickým vzťahom:

$$h(x) = +\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot h_0 \cdot (1 - \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{2 \cdot l_0})) = +h_0 \cdot (1 - \cos(\frac{\pi \cdot x}{l_0})), \text{ pre } 0 \leq x \leq 2 \cdot l_0, \text{ respektíve}$$

$$h(t) = +h_0 \cdot (1 - \cos(\omega \cdot t)), \text{ pre } 0 \leq t \leq 2 \cdot l_0/c. \quad (4)$$

V predchádzajúcom vzťahu je použité nasledovné označenie

$$x = c \cdot t, \quad \omega = \pi \cdot c / l_0, \quad (5)$$

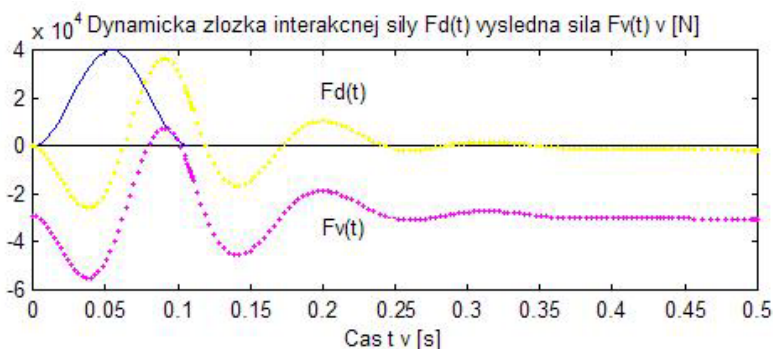
kde  $h_0$  je výška sínusovej polovlny v [m],  $l_0$  je dĺžka sínusovej polovlny v [m],  $x$  je dĺžková súradnica v [m] a  $t$  je časová súradnica v [s],  $c$  je rýchlosť pohybu vozidla v [m/s],  $\omega$  je uhlová frekvencia v [rad.s<sup>-1</sup>].

### 3 ČÍSLICOVÁ SIMULÁCIA POHYBU VOZIDLA PO JAZDNEJ DRÁHE

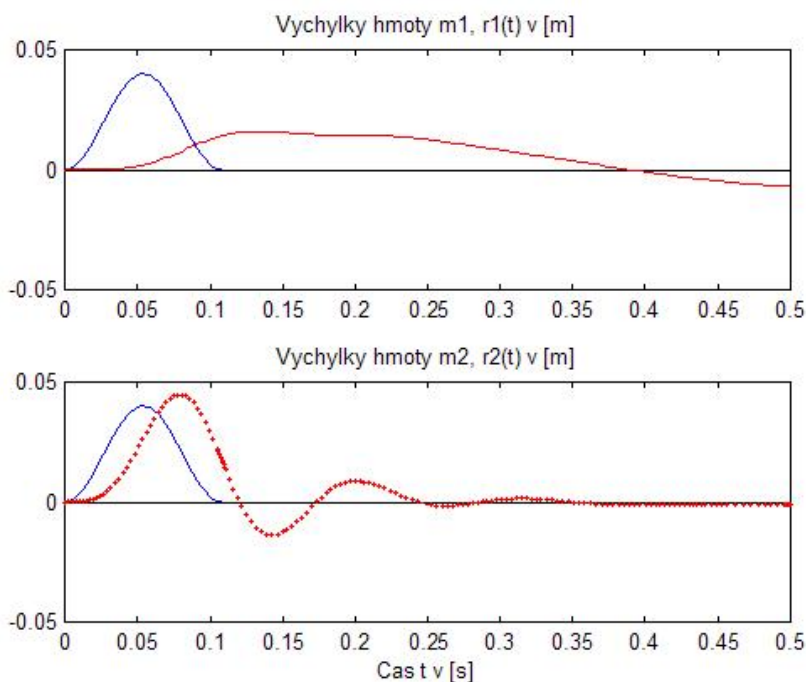
Pre účely číslicovej simulácie pohybu vozidla po jazdnej dráhe bol vytvorený program v prostredí programovacieho jazyka vyššej úrovne MATLAB. Pohybové rovnice 2. rádu boli pomocou vhodnej substitúcie transformované na rovnice 1. rádu. Vzniknutá sústava štyroch diferenciálnych rovníc 1. rádu sa riešila numericky metódou Runge-Kutta 4. rádu. V prvom kroku boli vypočítané časové priebehy všetkých sledovaných veličín  $r_1(t)$ ,  $r_2(t)$ ,  $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$ ,  $\dot{r}_1(t) \equiv rd_1(t)$ ,  $\dot{r}_2(t) \equiv rd_2(t)$ ,  $\ddot{r}_1(t) \equiv rdd_1(t)$ ,  $\ddot{r}_2(t) \equiv rdd_2(t)$  pre parametre vozidla označené ako *základné*:

$$\begin{aligned} m_1 &= 2\,514,138 \text{ kg}, & m_2 &= 440,0 \text{ kg}, \\ k_1 &= 197\,965,0 \text{ N.m}^{-1}, & k_2 &= 1\,200\,000,0 \text{ N.m}^{-1}, \\ b_1 &= 11\,423,6 \text{ kg.s}^{-1}, & b_2 &= 1\,373,4 \text{ kg.s}^{-1}. \end{aligned}$$

Ukážka výstupu v grafickej podobe vzťahujúca sa k časovému priebehu interakčných síl (výsledná hodnota interakčnej sily  $F_v(t)$  a jej dynamická zložka  $F_d(t)$ ) je zobrazená na obr. 3. Je možné zobrazit aj časové priebehy kinematických veličín, napr. vertikálnych výchyliek  $r_1(t)$ ,  $r_2(t)$ , obr. 4.



Obr. 3: Časový priebeh interakčných síl pri jazde cez osamelú nerovnosť



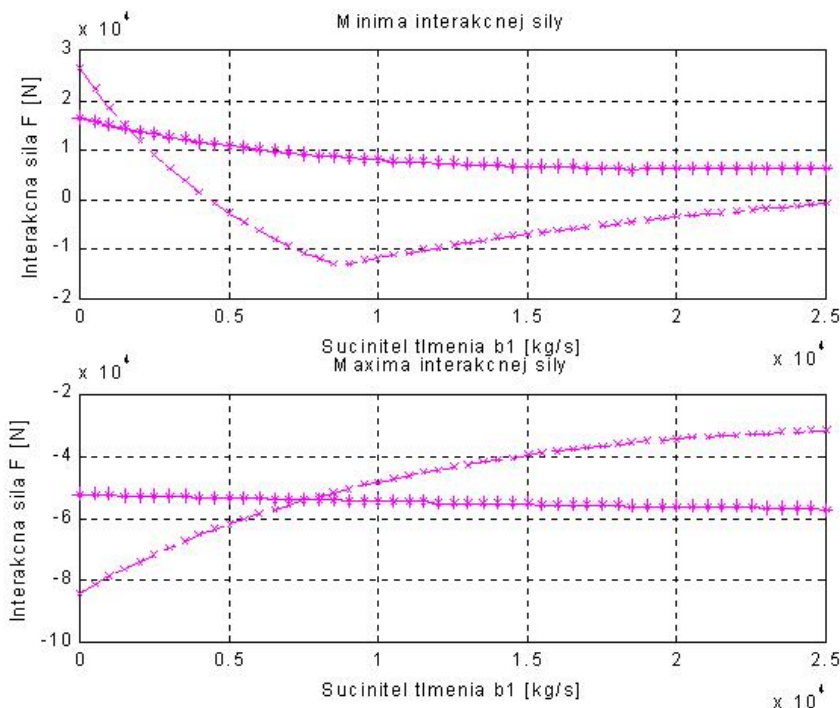
Obr. 4: Časový priebeh vertikálnych výchyliek  $r_1(t)$ ,  $r_2(t)$  hmôt  $m_1$ ,  $m_2$  modelu vozidla

#### 4 PARAMETRICKÁ ŠTÚDIA SLEDUJÚCA VPLYV PARAMETROV VOZIDLA NA HODNOTY INTERAKČNÝCH SÍL

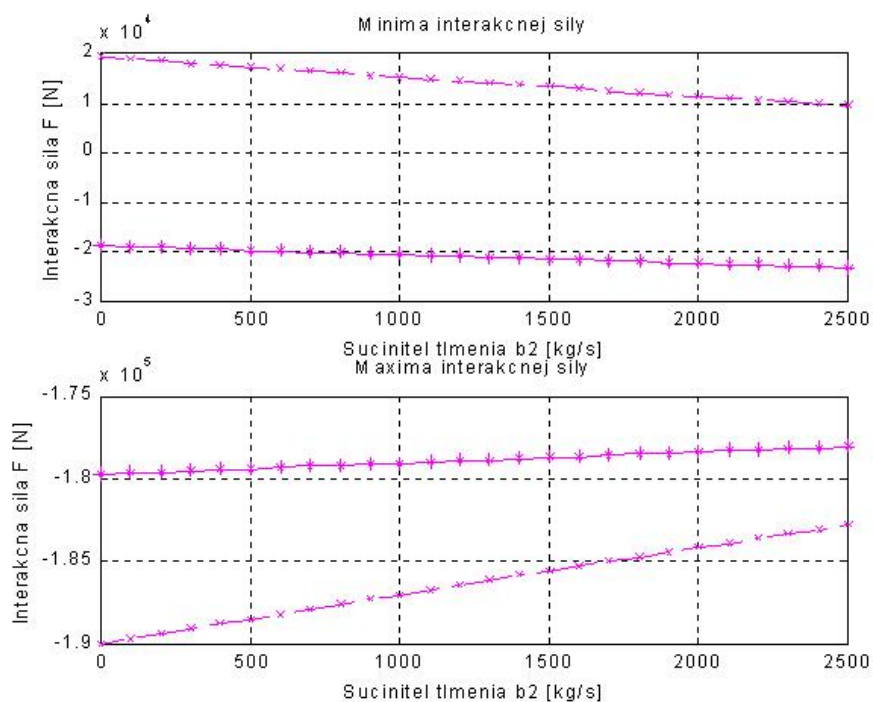
V druhom kroku sa realizovala parametrická štúdia, v rámci ktorej sa vždy menil jeden parameter výpočtového modelu vozidla ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ) a sledovali sa extrémne hodnoty ( $max$  a  $min$ ) výsledných hodnôt interakčných síl  $F_v(t)$ . Parametre výpočtového modelu vozidla sa v rámci parametrickej štúdie menili nasledovným spôsobom:

$m_1$	od 100 kg	do 5 000 kg	s krokom 100 kg
$m_2$	od 40 kg	do 1 000 kg	s krokom 20 kg
$k_1$	od 10 000 N/m	do 500 000 N/m	s krokom 10 000 N/m
$k_2$	od 50 000 N/m	do 2 500 000 N/m	s krokom 50 000 N/m
$b_1$	od 0 kg.s <sup>-1</sup>	do 25 000 kg.s <sup>-1</sup>	s krokom 500 kg.s <sup>-1</sup>
$b_2$	od 0 kg.s <sup>-1</sup>	do 2 500 kg.s <sup>-1</sup>	s krokom 100 kg.s <sup>-1</sup>

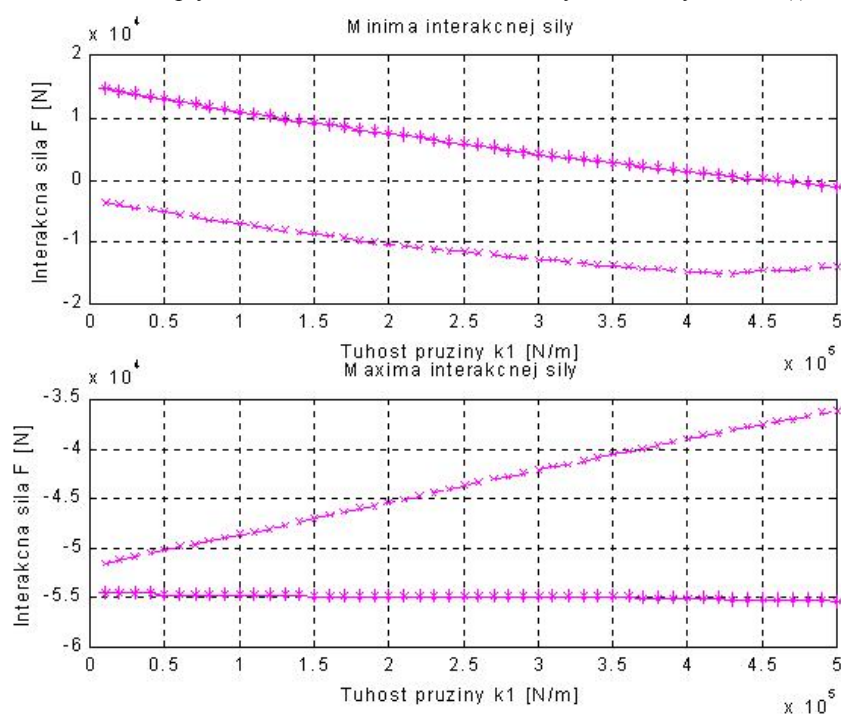
Riešenie je v časovej oblasti rozdelené na 2 intervaly: prejazd vozidla cez nerovnosť a jazda vozidla po hladkej dráhe v časovom intervale rovnom štvornásobku času potrebného na prejazd nerovnosti. Extrémy zodpovedajúce prvému časovému intervalu (jazda cez nerovnosť) sú v grafoch zobrazované hviezdíčkou (\*) a extrémy zodpovedajúce druhému časovému intervalu (hladká jazda – dokmitávanie vozidla) sú v grafoch zobrazené krížikom (x). Výsledky sú zobrazené na obr. 5 – 10. Uvažovaná rýchlosť pohybu vozidla je 40 km/h.



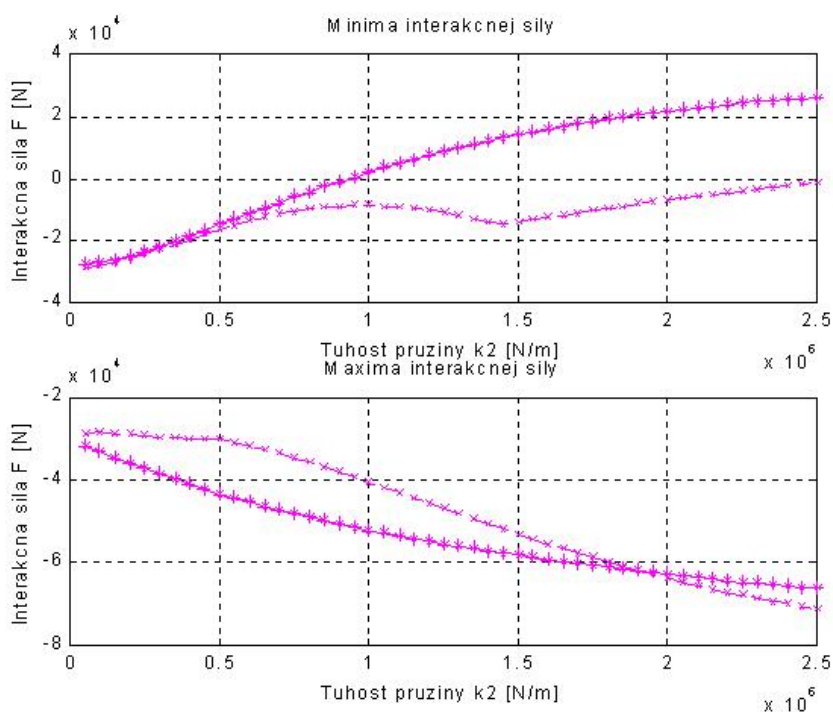
Obr. 5: Vplyv súčiniteľa tlmenia  $b_1$  na hodnoty interakčných síl  $F_v(t)$



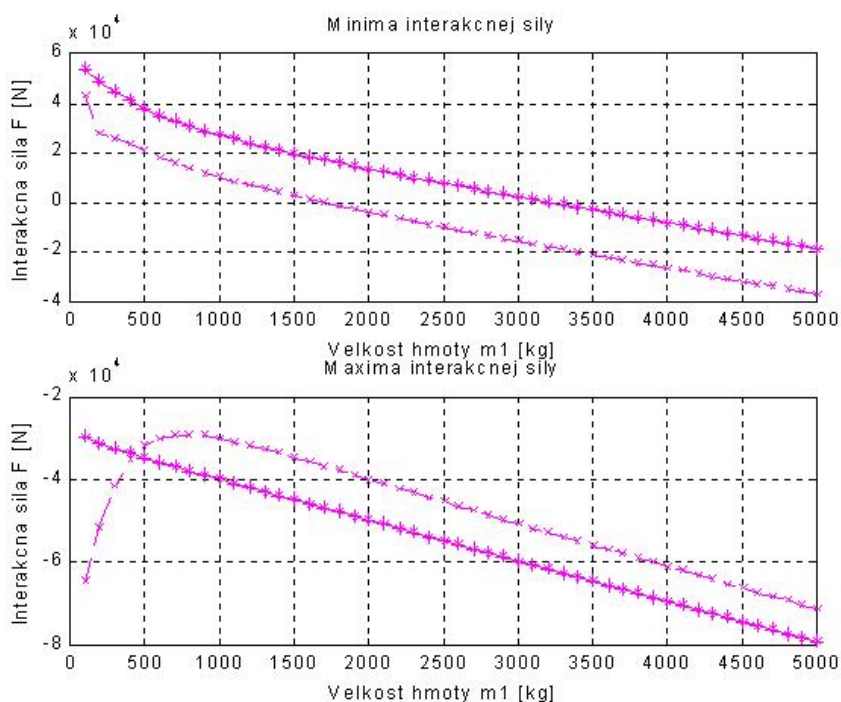
Obr. 6: Vplyv súčiniteľa tlmenia  $b_2$  na hodnoty interakčných síl  $F_v(t)$



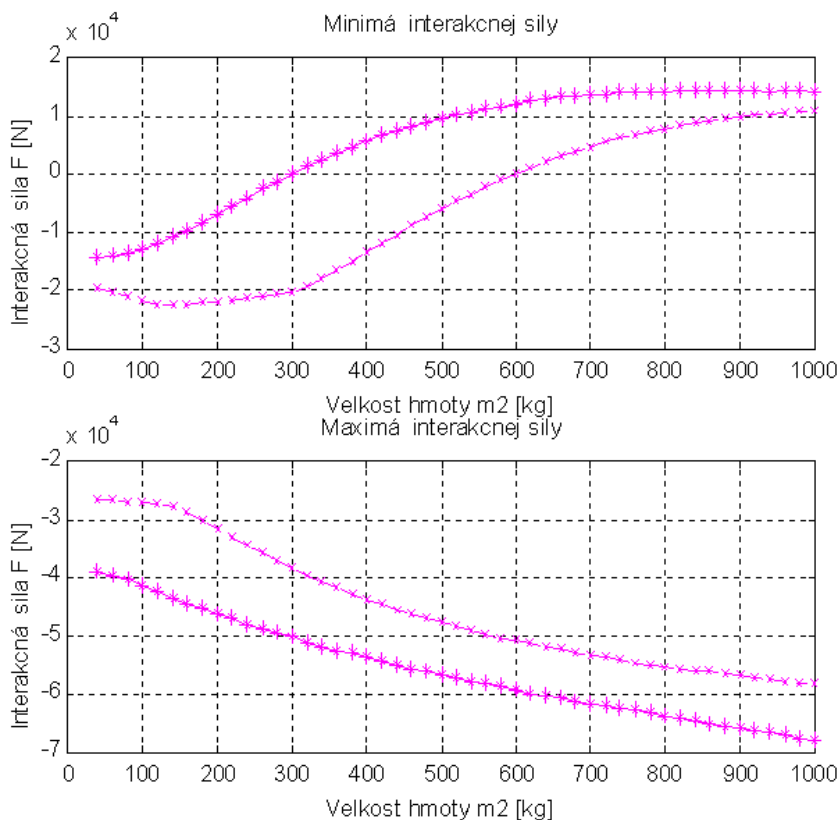
Obr. 7: Vplyv konštanty tuhosti  $k_1$  na hodnoty interakčných síl  $F_v(t)$



Obr. 8: Vplyv konštanty tuhosti  $k_2$  na hodnoty interakčných síl  $F_v(t)$



Obr. 9: Vplyv hmotnosti  $m_1$  na hodnoty interakčných síl  $F_v(t)$



Obr. 10: Vplyv hmotnosti  $m_2$  na hodnoty interakčných síl  $F_v(t)$

## 5 ZÁVER

Z výsledkov parametrickej štúdie vyplýva jeden všeobecný poznatok, že v mnohých prípadoch, pri určitých konkrétnych hodnotách parametrov systému, extrémna hodnota sledovanej veličiny vzniká nie pri jazde vozidla cez samotnú nerovnosť, ale až po prejazde nerovnosti. Prehľad o polohe vozidla vzhľadom na prekážku, pri ktorej extrémna hodnota sledovanej veličiny vzniká, je symbolicky zaznamenaný v tab. 1. Z grafických výstupov je vidieť, že niektoré sledované funkčné závislosti majú len monotónne klesajúcu alebo stúpajúcu tendenciu a niektoré závislosti vykazujú extrém.

Tab. 1: Poloha vozidla vzhľadom na prekážku, pri ktorej extrém vzniká

	minimá		maximá		minimá		maximá	
	extrém pri polohe		extrém pri polohe		extrém pri polohe		extrém pri polohe	
	nad prek	za prek.	nad prek	za prek.	nad prek	za prek.	nad prek	za prek.
	Vplyv $b_1$				Vplyv $b_2$			
$F_v$	viac *	*	viac *	*		*		*
	Vplyv $k_1$				Vplyv $k_2$			
$F_v$	*		*		*		viac *	*
	Vplyv $m_1$				Vplyv $m_2$			
$F_v$	*		viac *	*	*		viac *	*

Číselné hodnoty extrémov sledovanej veličiny sú zoradené do tab. 2. Maximálna hodnota výslednej interakčnej sily vo všetkých sledovaných prípadoch nepresiahla veľkosť  $F_v = -190\,000,0\text{ N}$ .

Tab. 2: Extrémne hodnoty interakčnej sily  $F_v$

	minimá				maximá			
	nad prekážkou		za prekážkou		nad prekážkou		za prekážkou	
	$b_1 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.	$b_1 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.	$b_1 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.	$b_1 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.
$F_v [\text{N}]$	0	16253,3	0	26421,4	25000	-57299,9	0	-84474,3
	$b_2 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.	$b_2 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.	$b_2 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.	$b_2 [\text{kg.s}^{-1}]$	extr. h.
$F_v [\text{N}]$	0	-18804,1	0	19285,5	0	-179708	0	-189987
	$k_1 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.	$k_1 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.	$k_1 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.	$k_1 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.
$F_v [\text{N}]$	10000	14619,6	10000	-36385,6	500000	-55377,0	10000	-51636,2
	$k_2 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.	$k_2 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.	$k_2 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.	$k_2 [\text{N.m}^{-1}]$	extr. h.
$F_v [\text{N}]$	2500000	25908,0	2500000	-1518,35	2500000	-66324,6	2500000	-71245,1
	$m_1 [\text{kg}]$	extr. h.	$m_1 [\text{kg}]$	extr. h.	$m_1 [\text{kg}]$	extr. h.	$m_1 [\text{kg}]$	extr. h.
$F_v [\text{N}]$	100	53676,8	100	42936,7	5000	-79332,0	5000	-71315,3
	$m_2 [\text{kg}]$	extr. h.	$m_2 [\text{kg}]$	extr. h.	$m_2 [\text{kg}]$	extr. h.	$m_2 [\text{kg}]$	extr. h.
$F_v [\text{N}]$	40	14544,8	740	10886,7	40	-67768,7	740	-58257,0

## POĎAKOVANIE

Tento príspevok bol vypracovaný v rámci výskumnej činnosti podporovanej vedeckou grantovou agentúrou SR VEGA.

## LITERATÚRA

- [1] CEBON, D.: *Handbook of Vehicle-Road Interaction*. Swets and Zeitlinger Publishers, Lisse, the Netherlands, 1999.
- [2] LAJČÁKOVÁ, G.: *Dynamická interakcia v systéme vozidlo – pozemná komunikácia*. KDP, Žilinská univerzita, Žilina, 2009.

**Oponentní posudek vypracoval:** Ing. Stanislav Pospíšil, Ph.D., ÚTAM Praha.